ESTRUCTURAS GEOMÉTRICAS EN VARIEDADES

Código: ING264
Período: 2009-2011
Director: Ovando, Gabriela P **E-mail:** gabriela@fceia.unr.edu.ar
Integrantes: Vittone, Francisco; Del Barco, Viviana J

Objetivos

1) Construir ejemplos de variedades con estructuras complejas;

2) Estudiar aspectos geométricos de estas variedades en presencia de métricas u otras estructuras geométricas compatibles.

3) Extender a espacios ambientes simétricos compactos resultados recientes sobre el rango de subvariedades (problemas de rigidez del rango) [BCO] [Ol].

4) Calcular la cohomología de de Rham e intermedia en dimensiones bajas, donde la nilvariedad en cuestión cuenta con estructuras adicionales como por ejemplo una estructura compleja producto abeliana o una estructura hiperkähleriana con torsión (HKT).

5) Construir variedades homogéneas con pseudo métricas G-invariantes y estudiar su geometría, caracterización de geodésicas, grupos de isometrías, etc.

Resumen Técnico

Antecedentes del estudio de existencia de estructuras complejas invariantes en grupos de Lie se remontan a los trabajos de Samelson [Sm] y Wang [Wa], quienes determinan la existencia en el caso compacto semisimple. En el caso soluble y general, la situación revierte otras características debido a la no existencia de suficientes invariantes para modelar los tipos.

La presencia de otras estructuras geométricas contribuye al estudio de estos objetos. En el caso de los grupos de Lie, estas estructuras pueden ser inducidas por acciones de los mismos en una variedad dada, y así pueden ser leídas, al menos localmente, a nivel de álgebras de Lie. Interesa por ejemplo el estudio de las geometrías determinadas por estructuras métricas compatibles, grupos de holonomía. Todos estos elementos permiten una mejor comprensión del objeto geométrico.

Una extensión de estas estructuras son las llamadas complejas generalizadas, introducidas recientemente por Hitchin [Hi], las cuales han adquirido relevancia en diferentes contextos, ver por ejemplo [ABDF] y referencias. En efecto, esta teoría pretende unificar lo que corresponde a la geometría compleja y simpléctica. Estas estructuras a nivel del grupo de Lie quedan determinadas por una métrica ad-invariante y una estructura compleja en el álgebra cotangente de un álgebra de Lie.

Las métricas ad-invariantes han aparecido en mecánica, en modelos para sistemas dinámicos asociados a sistemas hamiltonianos. En efecto la teoría de Lie ha sido de ayuda en la descripción y estudio de la dinámica de ciertos sistemas dinámicos. Tal es lo que ocurre en el esquema de Adler-Kostant-Symes [Ad] [Ko] [Sy]. Una métrica ad-invariante en un álgebra de Lie se corresponde con una pseudo métrica bi-invariante en el correspondiente grupo de Lie. Estas tienen propiedades interesantes, como por ejemplo las geodésicas son los grupos monoparamétricos y el tensor de curvatura se expresa completamente en términos del corchete de Lie.

De esta forma cocientes derivados de estos grupos podrían heredar características particulares. Sin embargo muchas otras características geométricas deberían ser estudiadas.

A partir de la construcción de ejemplos y el estudio de las geometría subyacentes, uno pretende generalizar ciertas propiedades geométricas a otros objetos.

Disciplina: Matemática
Especialidad: Geometría
Palabras Clave: estructuras geometricas - holonomia -geometría