MOVIMIENTOS BÁSICOS LIBRES DE FUERZA EN R-ESPACIOS SIMÉTRICOS

Código: ING309
Período: 2010-2011
Director: Emmanuele, Daniela **E-mail:** emman@fceia.unr.edu.ar
Integrantes: Salvai, Marcos L; Vansteenkiste, Romina N

Objetivos

Generales: Encontrar los movimientos libres de fuerza en R-espacios simétricos o al menos describir sus propiedades. Por ejemplo, decidir si están definidos en toda la recta real, o probar que si un movimiento tiene determinadas posición y velocidad iniciales, entonces se mantiene dentro de cierta subvariedad de M.

Específicos: 1. Completar la redacción del artículo: "Force free Moebius motions of the circle" para su publicación. 2. Estudiar con detalles los artículos de referencia y todos los resultados que se den por supuestos en los mismos. 3. Estudiar la teoría general de los R-espacios simétricos. 4. Comenzar a estudiar el problema específico (movimientos libres) para casos concretos, por ejemplo grassmannianas o SO(n).

Resumen Técnico

En trabajos anteriores del Grupo de Geometría Diferencial de FaMAF (Universidad Nacional de Córdoba), con el que he colaborado, se han descripto los movimientos conformes libres de fuerza [5] (y también los proyectivos libres de fuerza [4]) de la esfera. Intentaremos generalizar los resultados para los movimientos básicos en los R-espacios simétricos. Este es un ejemplo de una situación en la cual utilizando conceptos de Física, uno puede enunciar y resolver un problema interesante en Geometría Diferencial.

Comento a continuación los conceptos principales del proyecto, a saber, movimientos libres de fuerza y R-espacios simétricos.

Movimientos libres de fuerza: Sea M una variedad riemanniana compacta y sea G un grupo que actúa de manera suave y casi efectiva en M. Cada g en G puede pensarse entonces como un difeomorfismo de M. Esto lleva a definir un G-movimiento de M como una curva suave c en G.

Supongamos que M tiene inicialmente una distribución uniforme de masa, y que a las partículas se les permite moverse sólo de tal manera que dos configuraciones difieran en una transformación de G. Se define la energía E(t) de un movimiento c en el instante t generalizando el caso discreto (suma de las energías cinéticas de cada partícula): En un continuo, se integra sobre M en vez de sumar, y la masa se introduce a través del elemento de volumen de M y una función densidad (que puede variar con el tiempo, ya que los movimientos no son necesariamente rígidos).

Un movimiento c se dice libre de fuerza si es un punto crítico del funcional energía.

R-espacios simétricos:

Entre los espacios simétricos compactos, sólo los R-espacios simétricos admiten la acción de un grupo de Lie estrictamente más grande que su grupo de isometrías [6]. Se las llama transformaciones básicas. Por ejemplo, sobre la grassmanniana M de k-planos orientados en R^n actúa el grupo Sl(n,R).

Mientras que para estructura riemanniana canónica de M, la componente conexa de la identidad del grupo de isometrías es genéricamente SO(n). Sobre M = SO(n) actúa G = SOo(n,n) como sigue: g en G lleva el gráfico de T en M al gráfico de otro elemento de M. Con la métrica riemanniana canónica, la componente conexa de la identidad del grupo de isometrías es SO(n)×SO(n) (salvo un cubrimiento finito).

Disciplina: Matemática
Especialidad: Geometría
Palabras Clave: movimiento libre - energía cinética - espacio simétrico