

PROBLEMAS DE CUBRIMIENTO Y EMPAQUETAMIENTO DE CONJUNTOS

Código: ING293

Período: 2010-2013

Director: Bianchi, Silvia María

E-mail: sbianchi@fceia.unr.edu.ar

Integrantes: Montelar, María S; Argiroffo, Gabriela R; Hinrichsen, Erica G; Escalante, Mariana S

Objetivos

Los Objetivos específicos se enmarcan en el estudio y avance en resultados preliminares respecto al poliedro de cubrimiento de matrices circulantes y la simetría de resultados encontrada con el poliedro de conjuntos estables de grafos redes. Se completará el estudio del comportamiento de los operadores lift-and-project sobre la relajación lineal del poliedro de cubrimiento asociado a matrices circulantes. En este tema se ha avanzado en la obtención de familias de matrices circulantes que proveen buenas cotas de los rangos lift-and-project y que además se ha demostrado son generadoras de facetas del poliedro de cubrimiento asociado. También, estas facetas han sido identificadas como aquellas de mayor profundidad de acuerdo a la medida definida por Goemans en el contexto de algoritmos de planos de corte. Se pretende realizar un estudio análogo sobre el problema de empaquetamiento de conjuntos asociado a las mismas matrices. Aquí, el poliedro resultante es el conocido politopo del conjunto estable asociado a los grafos redes, cuya descripción en términos de desigualdades lineales se conoce en su totalidad. Sin embargo, no se conoce aún cuál de las desigualdades participantes tiene la mayor profundidad de acuerdo a la medida definida por Goemans, y tampoco se ha determinado el comportamiento de los operadores lift-and-project sobre la relajación clique asociada a estos grafos redes. Se propone determinar familias de estos grafos que provean cotas para estos operadores y familias que resulten generadoras de facetas de mayor profundidad.

Por otra parte, se estudiará el poliedro de cubrimiento asociado a matrices de Lehman. Las matrices de Lehman son matrices 0-1 que generalizan a las matrices mínimamente no ideales y que por su importancia han capturado la atención de varios estudios recientes. Las matrices llamadas de Lehman "delgadas" han sido caracterizadas como aquellas que se obtienen luego de una "perturbación" de matrices circulantes. Se propone el estudio de las desigualdades de "familias de filas" sobre el poliedro de cubrimiento asociado a matrices de Lehman, que resultan ser una generalización de las desigualdades halladas en [5] para el caso de matrices circulantes.

Resumen Técnico

La Optimización Combinatoria se relaciona con la obtención del máximo o mínimo de una función sobre un conjunto en el que las variables involucradas deben ser enteras. Este modelo general permite representar una gran variedad de problemas reales, como distribución de bienes, horarios de producción, locación de distribuidoras, diseño de redes en transporte o comunicación.

La tarea de desarrollo original de este proyecto se enmarcará en el estudio de los problemas de Optimización Combinatoria conocidos como problemas de cubrimiento (PCC) y empaquetamiento de conjuntos (PEC). Los problemas de empaquetamiento de conjuntos (PEC) pueden establecerse como $\max\{cx : Ax \leq 1, x \text{ entero}\}$ donde A es una matriz 0-1 y c un vector a coeficientes reales.

Si invertimos la desigualdad en (PEC) conseguimos $\min\{cx : Ax \geq 1, x \text{ entero}\}$ conocidos como problemas de cubrimiento de conjuntos (PCC).

Si el poliedro $\{Ax \leq 1, x \geq 0\}$ tiene sus vértices enteros la matriz A se llama perfecta, en el caso en que $\{Ax \geq 1, x \geq 0\}$ tiene sus vértices enteros, A se dice ideal. Cuando esto ocurre, tanto los (PCC) como los (PEC) se resuelven eficientemente a través de un programa lineal. La cuestión crucial que reviste interés no sólo desde el punto de vista práctico sino también teórico, se reduce a determinar que características debe reunir la matriz A para garantizar tales propiedades.

Los problemas de cubrimiento de conjuntos han sido un tema central en la producción científica de los investigadores participantes de la actual propuesta, con fuerte énfasis en las diferentes formas de clasificar las matrices 0-1 asociadas a la formulación de los PEC y PCC. En particular trabajamos con la clasificación poliedral, en función de las desigualdades que definen los poliedros de cubrimiento y empaquetamiento, la clasificación lift-and-project en base al comportamiento de operadores BCC, N y N_+ y el comportamiento de los índices de imperfección y no-idealidad.

En este proyecto nos centraremos en la clasificación de acuerdo a las estrategias mencionadas de dos familias particulares de matrices 0,1 las matrices circulantes y las matrices de Lehman. Se espera poder identificar algunas familias de restricciones participantes de la descripción del poliedro de cubrimiento asociado a estas matrices que se desconoce por completo. Por otra parte, se continuará con la transferencia de resultados desde perfección hacia idealidad, explotando la idea de simetría poliedral que revisten estos conceptos, continuando así con la línea de abordaje que ha dado los resultados obtenidos

Disciplina: Matemática

Especialidad: Álgebra matricial

Palabras Clave: matrices 0-1 - matrices de Lehman - cubrimiento - empaquetamiento - desigualdad válida