

Planificación de
Complementos de Matemática II



Código/s: R-423

Identificación y características del Espacio Curricular

Carrera/s:	Licenciatura en Ciencias de la Computación		
Plan de Estudios:	2010, TO2024	Carácter:	Obligatoria
Bloque/Campo:		Área:	Ciencias Básicas Generales y Específicas
Régimen de cursado:	Cuatrimestral		
Cuatrimestre:	8º [LCC], 8º [LCC]		
Carga horaria:	105 hs. / 7 hs. semanales	Formato curricular:	Asignatura
Escuela:	Ciencias Exactas y Naturales	Departamento:	Matemática
Docente responsable: VITTONI, Francisco			

Programa Sintético

Conjuntos ordenados: Relaciones de orden. Propiedades. Semilátices y Látices: Propiedades. Sublátices. Homomorfismos de látices. Monoides, Semigrupos y Grupos: Subgrupos. Los enteros módulo n . Homomorfismos. Teoría de categorías: Epimorfismos, monomorfismos e isomorfismos. El principio de dualidad. Producto y coproducto. Objetos iniciales y terminales. Límites. Funtores y transformaciones naturales. Nociones básicas de semántica formal.

Espacios Curriculares Relacionados

Previos Aprobados: R-122 - Análisis Matemático II, R-211 - Álgebra lineal, R-223 - Lógica, R-314 - Examen de Suficiencia de Inglés

Simultaneos Recomendados:

Posteriores:

Vigencia desde 2024

Firma Profesor

Fecha

Firma Aprob. Escuela

Fecha

Con el aval del Consejo Asesor:

Fundamentación

La matemática constituye una de las bases fundamentales de las Ciencias de la Computación. Brinda herramientas para la resolución de problemas, el razonamiento lógico y abstracto o la estructuración y análisis de datos. Proporciona además el lenguaje y las capacidades necesarias para abordar muchas de las ramas de la computación teórica. Esta asignatura, ubicada en el cuarto año de la carrera, permite revisar y sintetizar en un lenguaje común, el del álgebra abstracta, muchos de los contenidos ya abordados en otros cursos tanto de matemática como específicos de ciencias de la computación. Brinda además las estructuras necesarias para comprender y desarrollar temas avanzados de la computación teórica como la programación con categorías, entre otros.

Resultados del aprendizaje

Al finalizar el cursado los/las estudiantes serán capaces de:

RA1 Reconocer las estructuras algebraicas subyacentes en una amplia familia de ejemplos provenientes de diversas áreas de la matemática o de las ciencias de la computación.
RA2 Adquirir un alto nivel de abstracción que le permite modelar y resolver una amplia gama de problemas circunscribiéndolos al ámbito de las estructuras algebraicas aprendidas.
RA3 Aplicar los conceptos y razonamientos aprendidos para enunciar y demostrar nuevas propiedades de distintas estructuras algebraicas.
RA4 Trabajar en equipos para resolver problemas complejos, aportar su punto de vista y ampliar sus habilidades a través de la discusión con los demás.

Competencias / Ejes transversales y Resultados del Aprendizaje

Competencia/Eje transversal al que tributa	Nivel	Resultados del Aprendizaje
CGT0-Conocimiento, interpretación y utilización de técnicas y herramientas matemáticas y de procesos de modelización, para su aplicación a problemas de informática	Medio	RA1, RA2, RA3
CGS2-Fundamentos para la comunicación efectiva	Medio	RA4
CGS5-Fundamentos para el aprendizaje continuo	Medio	RA3, RA4

Programa Analítico

Unidad 1: Relaciones y funciones.

1.1 Motivación. Relaciones de un conjunto A en un conjunto B. Dominio e Imagen de una relación. Relaciones funcionales y funciones parciales. Funciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas. Matriz de una relación.

1.2 Operaciones entre relaciones. Relación inversa. Complemento de una relación. Unión, intersección y diferencia de relaciones. Composición de relaciones. Restricción de una relación. Matriz de las distintas operaciones a partir de las matrices de las relaciones dadas.

1.3 Propiedades de las relaciones en un conjunto. Relaciones reflexivas, simétricas, antisimétricas, transitivas. Reconocimiento de las propiedades en la matriz de una relación. Definición de relaciones de preorden, orden y equivalencia.

1.4 Relaciones de equivalencia. Clases de equivalencia, propiedades. Partición de un conjunto. Conjunto cociente. Ejemplos: los enteros módulo n; definición de los números naturales a través de los Axiomas de

Peano y construcción de los números enteros y los números racionales como conjuntos cociente.

Unidad 2: Relaciones de orden.

2.1 Grafos dirigidos asociados a una relación en un conjunto. Reconocimiento de las propiedades de la relación a través de su grafo dirigido.

2.2 Conjuntos preordenados. Ejemplos. Jerarquías en un conjunto preordenado: elementos maximales, minimales, máximos y mínimos. Cota superior e inferior de un subconjunto de un conjunto preordenado. Supremo e ínfimo de un subconjunto de un conjunto preordenado.

2.3 Conjuntos parcialmente ordenados (posets). Diagramas de Hasse de un poset. Conjuntos totalmente ordenados. Caracterización de los elementos maximales y minimales en un poset. Existencia de elementos maximales y minimales en un poset finito. Lema de Zorn. Unicidad de máximo, mínimo, supremo e ínfimo en un poset. Poset producto. Principio de dualidad en posets.

2.4 Morfismos de conjuntos parcialmente ordenados. Morfismos de posets. Isomorfismos de posets. Anti-isomorfismos de posets. Propiedades invariantes por isomorfismos.

2.5 Conjuntos bien ordenados. Principio del Buen Orden en los números naturales: equivalencia con el principio de inducción. Consecuencias del Principio del Buen Orden: algoritmo de la división; existencia del máximo común divisor y el mínimo común múltiplo. Números primos. Teorema de Euclides sobre la infinitud de los números primos. Teorema fundamental de la aritmética.

Unidad 3: Retículos.

3.1 Definición. Ejemplos paradigmáticos: los retículos M_3 y N_5 ; conjunto de partes de un conjunto; divisibilidad en \mathbb{N} ; retículo producto.

3.2 Las operaciones meet y join y sus propiedades. Retículos definidos algebraicamente. Subretículos.

3.3 Morfismos de retículos. Isomorfismos de retículos, caracterización. Propiedades que se preservan por isomorfismos de retículos.

3.4 Retículos acotados. Complemento de un elemento en un retículo acotado. Retículos complementados.

3.5 Retículos distributivos. El teorema M_3 - N_5 . Retículos modulares, relación entre ellos. Subretículos de un retículo distributivo o modular. Álgebras de Boole. Función complemento en un álgebra de Boole. Leyes de De Morgan.

Unidad 4: Operaciones en un conjunto.

4.1 Operaciones binarias. Operaciones asociativas y conmutativas. Elementos característicos: elemento neutro (a derecha, izquierda, bilátero); elemento inverso de un elemento (a derecha, izquierda, bilátero); elementos absorbentes. Unicidad del elemento neutro. Unicidad del inverso en una operación asociativa.

4.2 Operaciones en conjuntos cocientes. Los enteros módulo n . Propiedades.

4.3 Estructura de semigrupo, monoide y grupo. Ejemplos. Estructuras abelianas. Subestructuras. Caracterización. Estructuras producto.

4.4 Morfismos de semigrupos, monoides y grupos. Isomorfismos.

Unidad 5: Grupos.

5.1 Potencia en un grupo. Notación aditiva para grupos abelianos. Propiedades. Propiedad de cancelación en un grupo.

5.2 Subgrupo generado por un elemento de un grupo. Subgrupo generado por un subconjunto de un grupo.

5.3 Grupo cociente. Coclasas a derecha e izquierda. Subgrupos normales.

5.4 Homomorfismos, monomorfismos, epimorfismos e isomorfismos de grupos. Núcleo de un homomorfismo. Primer teorema de isomorfismo.

5.5 Grupos cíclicos. Subgrupos cíclicos. Generadores. Clasificación de los grupos cíclicos. Orden de un elemento. Caracterización. El teorema de Lagrange. Aplicaciones a los enteros módulo n : el Pequeño Teorema de Fermat y el Teorema Chino del resto. El algoritmo de encriptación RSA.

Unidad 6: Teoría de categorías.

6.1 Categorías: objetos y morfismos. Categorías pequeñas, localmente pequeñas, grandes, concretas. Ejemplos. Diagramas.

6.2 Monomorfismos, epimorfismos e isomorfismos.

6.3 Productos y Coproductos.

6.4 Objetos iniciales y terminales.

6.5 Construcciones universales. Ecuilibradores y pullbacks. Conos, límites y co-límites. Teorema del Límite.

Exponenciales.

6.6 Funtores covariantes y contravariantes. F-álgebras. Transformaciones naturales. Adjuntos y adjunciones.

6.7 Mónadas.

Modalidades de enseñanza

La asignatura se imparte a través de clases presenciales teórico-prácticas. Las clases teóricas cuentan con una parte de carácter principalmente expositivo a cargo del docente, donde se presentan y formalizan los conceptos principales de cada unidad y las propiedades fundamentales de los mismos. Se apela continuamente al análisis de ejemplos y situaciones problemáticas, propuestas por el/la docente o los/las estudiantes, incentivando la discusión de estrategias para la resolución de problemas y analizando los beneficios o los obstáculos que las mismas presentan. Toda la teoría se presenta en los apuntes de cátedra (ver Recursos) con indicaciones a la bibliografía básica o complementaria para la profundización de ciertos temas. Las clases teóricas comprenden aproximadamente el 50% de la carga horaria total de la asignatura y aportan herramientas para alcanzar los cuatro resultados de aprendizaje planteados.

El resto de la carga horaria está destinado a la realización de clases de carácter exclusivamente práctico donde se fomenta la discusión y la resolución grupal de problemas de distinta índole con un seguimiento permanente y una puesta en común final coordinados por los/las docentes. Estas actividades propenden al alcance del RA4.

Los trabajos prácticos consisten de ejercicios que pueden ser divididos en tres grupos. El primer grupo comprende ejercicios básicos que buscan fijar los conocimientos aprendidos en las clases teóricas generalizando ejemplos y situaciones allí estudiadas, y apuntan a lograr el RA1. El segundo grupo consiste de problemas de una dificultad mayor donde los/las estudiantes deben razonar de manera abstracta e integrar conceptos de la unidad que se está desarrollando y/o de unidades anteriores y apuntan a lograr el RA2. Finalmente, en un tercer grupo incluye ejercicios donde se presentan nuevos conceptos que amplían lo desarrollado en la unidad y apuntan a lograr el RA3. Son principalmente estos dos últimos grupos los que se trabajan en clase con la modalidad descrita anteriormente. Cada uno de los/las docentes de la cátedra ofrece una hora de consulta semanal a contraturno donde los alumnos pueden evacuar las dudas teóricas o prácticas que surgen durante el cursado.

Recursos

Para el mejor desarrollo de las clases se propone un apunte elaborado por la cátedra para cada unidad temática, que incluye tanto el desarrollo teórico como los trabajos prácticos propuestos. Todos los apuntes se encuentran disponibles en la página dedicada a la asignatura en el CampusV (campus virtual) de la FCEIA, donde además se publican el cronograma de la asignatura, los horarios de consulta, fechas de exámenes, y se dispone de un foro para que alumnos/as y docentes intercambien inquietudes. Para el desarrollo de las clases se dispone de pizarra y fibrón y proyector.

Actividades de Formación Práctica

Nº	Título	Descripción
1	Relaciones y Funciones	Ejercicios sobre los temas tratados en la Unidad 1
2	Conjuntos Ordenados	Ejercicios sobre los temas tratados en la Unidad 2
3	Retículos	Ejercicios sobre los temas tratados en la Unidad 3
4	Operaciones en un conjunto	Ejercicios sobre los temas tratados en la Unidad 4
5	Grupos	Ejercicios sobre los temas tratados en la Unidad 5

Evaluación

Las actividades desarrolladas fundamentalmente durante las clases prácticas, que buscan el trabajo en equipo con una puesta en común donde se discuten estrategias de resolución de problemas, se evacúan dudas y se corrigen eventuales errores, tienen como objetivo principal lograr la autoevaluación permanente de los y las estudiantes. Durante el cuatrimestre se realizan además dos instancias de evaluación formal, consistentes en dos exámenes parciales de carácter práctico con posibilidad de recuperar uno de ellos. Para adquirir la condición de alumno regular se debe obtener una calificación mayor o igual a 5 (cinco) en ambos parciales con un promedio de 6 (seis). Se propone además una condición interna de promoción que alcanzan los y las estudiantes que obtienen una calificación mayor o igual a 8 (ocho) en ambos parciales. Para aprobar la materia, se debe superar una instancia final globalizadora teórico-práctica, que consiste en:

Para los alumnos promovidos, un examen práctico que incluye los temas no evaluados durante el cuatrimestre y un coloquio globalizador.

Para los alumnos regulares, un examen teórico-práctico sobre todos los contenidos de la asignatura, seguido de un coloquio donde se discute en mayor profundidad los temas abarcados en el examen.

Para los alumnos libres, dos instancias de evaluación: un examen práctico seguido de un examen teórico. Ambos abarcan todos los contenidos de la asignatura.

Resultado de Aprendizaje	Actividades/Modalidad de Enseñanza	Modalidad de Evaluación
RA1	Participación en las clases teóricas y prácticas y desarrollo de las actividades prácticas descritas en la sección Modalidades de Enseñanza.	Primer y segundo examen parcial. Examen final teórico-práctico.
RA2	Participación en las clases teóricas y prácticas y desarrollo de las actividades prácticas descritas en la sección Modalidades de Enseñanza	Primer y segundo examen parcial. Examen final teórico-práctico.
RA3	Participación en las clases teóricas y prácticas y desarrollo de las actividades prácticas descritas en la sección Modalidades de Enseñanza.	Examen final teórico-práctico. Coloquio final.
RA4	Participación en las clases teóricas y prácticas y desarrollo de las actividades prácticas descritas en la sección Modalidades de Enseñanza.	Observación sistemática.

Bibliografía básica

Autores (Apellido, Inicial nombre)	Año de edición	Título de la obra	Editorial o Revista	Ejemplares disponibles o sitio web
Grimaldi, R. P.	1998	Matemáticas discretas y combinatoria	Addison-Wesley Iberoamericana	3
Davey B. A.; Priestley, H.A.	2002	Introduction to Lattices and Order, 2 Ed.	Cambridge University Press	1
Pierce, B. C.	1993	Basic Category Theory for Computer Scientists	The MIT Press	1

Bibliografía complementaria

Autores (Apellido, Inicial nombre)	Año de edición	Título de la obra	Editorial o Revista	Ejemplares disponibles o sitio web
Jiménez Murillo, J. A	2008	Matemáticas para la computación	Alfaomega	1
Hungerford, T.	1974	Algebra	Springer Verlag	2
Awodey, S.	2009	Category Theory, 2 Ed.	Oxford University Press	1

Distribución de la carga horaria**Presenciales**

Teóricas				54 Hs.
Prácticas			Formación Experimental	
			Resolución de Problemas vinculados a la Profesión	
			Resolución de Problemas y Ejercicios	45 Hs.
			Actividades de Proyecto y Diseño	
			Formación en la Práctica Profesional	
Evaluaciones				6 Hs.
			Total	105 Hs.

Dedicadas por el alumno fuera de clase

			Preparación Teórica	15 Hs.
			Preparación Práctica	30 Hs.
			Elaboración y redacción de informes, trabajos, presentaciones, etc.	
			Total	45 Hs.

Cronograma de actividades

Semana	Unidad	Tema	Actividad
1	1	1.1 – 1.2 – 1.3	Desarrollo de los temas de las secciones indicados y del trabajo práctico correspondiente.
2	1 y 2	1.4 – 2.1 – 2.2	Desarrollo de los temas de las secciones indicados y del trabajo práctico correspondiente.
3	2	2.3 – 2.4	Desarrollo de los temas de las secciones indicados y del trabajo práctico correspondiente.
4	2 y 3	2.5 – 3.1 – 3.2	Desarrollo de los temas de las secciones indicados y del trabajo práctico correspondiente.
5	3	3.3 – 3.4 – 3.5	Desarrollo de los temas de las secciones indicados y del trabajo práctico correspondiente.
6	1, 2 y 3	1.1 a 3.5 (repasso)	Repaso de las tres primeras unidades, Primer examen parcial.

7	4	4.1 – 4.2	Desarrollo de los temas de las secciones indicados y del trabajo práctico correspondiente.
8	4 y 5	4.3 – 4.4 – 5.1	Desarrollo de los temas de las secciones indicados y del trabajo práctico correspondiente.
9	5	5.2 – 5.3	Desarrollo de los temas de las secciones indicados y del trabajo práctico correspondiente.
10	5	5.4 – 5.5	Desarrollo de los temas de las secciones indicados y del trabajo práctico correspondiente.
11	6	6.1 – 6.2	Desarrollo de los temas de las secciones indicados y del trabajo práctico correspondiente.
12	6	6.3 – 6.4	Desarrollo de los temas de las secciones indicados y del trabajo práctico correspondiente.
13	6	6.5 – 6.6	Desarrollo de los temas de las secciones indicados y del trabajo práctico correspondiente.
14	4, 5 y 6	4.1 a 6.6	Repaso de las unidades 4, 5 y 6 y Segundo examen parcial.
15	6	6.7	Desarrollo de la teoría de Mónadas - Recuperatorios de los exámenes parciales.