

UNIVERSIDAD NACIONAL de ROSARIO

FACULTAD de CIENCIAS EXACTAS INGENIERIA y AGRIMENSURA

**APLICACIÓN DE TÉCNICAS DE MODELIZACIÓN EN PROBLEMAS
DE ELECTROMAGNETISMO.**

Ing. Susana Bellagamba –Profesor. Adjunto

Ing. Gonzalo López – Jefe de Trabajos Prácticos

Asignatura: TEORIA DE LOS CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS

Departamento: ELECTROTECNIA Y METROLOGÍA

Escuela: INGENIERÍA ELÉCTRICA

Agosto de 2009

RESUMEN

La mayor parte de los problemas del electromagnetismo implican ecuaciones diferenciales que obligan al abordaje de distintas técnicas para la obtención de sus soluciones.

El manejo de modelos y herramientas que permitan acceder a las mismas en forma rápida y sencilla, complementando el enfoque analítico de los problemas, es algo que no puede dejarse de lado en la formación de grado de un profesional.

A tal fin, nuestro objetivo fue incorporar, a partir del año 2009, la utilización del software COMSOL Multiphysics 3.4 para los alumnos de Teoría de los Campos Electromagnéticos, asignatura correspondiente al quinto semestre de la carrera de Ingeniería Eléctrica.

La metodología empleada consistió en la presentación de los fundamentos del “Método de los Elementos Finitos” para la modelización y resolución de algunos problemas de Electroestática, y la introducción y manejo del software en aplicaciones prácticas, con el desarrollo del correspondiente tutorial.

Se diseñó la actividad en formato de trabajo práctico con dos partes bien diferenciadas:

- Resolución analítica de un problema sencillo de mapeo de campo eléctrico generado por hilos cargados.
- Aplicación del software al mismo problema, con el análisis e interpretación de los resultados.

Conclusiones: Obtenidos los mapas de campo, los alumnos pudieron realizar una evaluación completa y detallada de los mismos, interpretando características y singularidades a través de la integración de los conocimientos matemáticos previos y la física de los problemas, poniendo en evidencia la gran potencialidad del programa para aplicaciones de mayor envergadura.

INTRODUCCIÓN

Teoría de los Campos Electromagnéticos es una asignatura del quinto semestre de la carrera de Ingeniería Eléctrica, que pertenece al bloque curricular “Tecnologías Básicas”, y cuenta con un promedio histórico de catorce alumnos.

Sucede a las asignaturas del ciclo básico y precede a las del ciclo profesional técnico.

Integra fuertemente temas del análisis matemático y del álgebra vectorial con los de la física eléctrica, intentando preparar al alumno en los elementos necesarios para futuras aplicaciones tecnológicas.

Para ello, partiendo de la postulación de las ecuaciones de Maxwell, se avanza hasta el estudio de la propagación de ondas y sus consecuencias, afianzando los conceptos del cálculo de campos en régimen estacionario, cuasi-estacionario y variable.

Históricamente, la asignatura se desarrollaba en base a clases de carácter teórico prácticas, sin realización de Trabajos Prácticos de Laboratorio.

De acuerdo a los requerimientos de la última acreditación de carreras, atendiendo a la necesidad de producir un cambio en ese sentido, y en el marco del proyecto PROMEI CGCB B J2.5 “Desarrollo de Prácticas Integradoras de Modelización” llevado adelante por docentes investigadoras del departamento de Física y Química de la Escuela de Formación Básica, se comenzó a trabajar en el tema en agosto de 2008 a fin de poder implementar algunas modificaciones a comienzos del año lectivo 2009.

OBJETIVO

Dada la importancia y atractivo que han cobrado en los últimos tiempos las técnicas y herramientas de modelización, consideramos imperativo la incorporación de las mismas a la currícula de nuestra asignatura con el objetivo de desarrollar en los alumnos competencias específicas de análisis y resolución de problemas técnicos.

Para ello, incorporamos la utilización del software COMSOL Multiphysics 3.4 para la resolución de algunos problemas de contorno en Electrostática, que formaron parte del primer Trabajo Práctico de la asignatura.

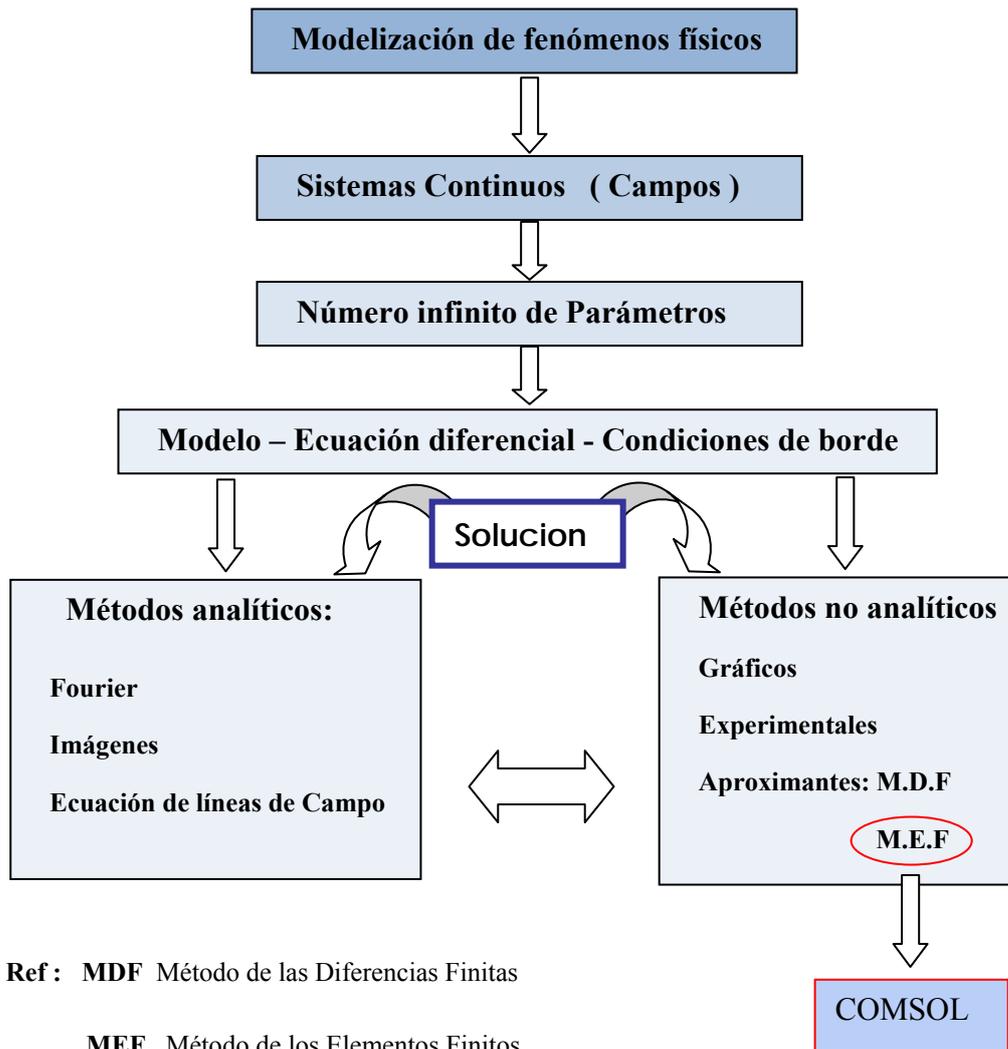
Es importante resaltar que el uso de herramientas de modelización de ninguna manera debe pretender reemplazar las técnicas analíticas, sino por el contrario, deben ser un complemento de las mismas, constituyendo un poderoso auxiliar en el análisis y la resolución de problemas.

METODOLOGÍA

Los problemas de contorno de Electrostática presentan la necesidad de encontrar soluciones a ecuaciones diferenciales con condiciones de contorno tipo Dirichlet o von Neumann.

A esas soluciones podemos llegar a través de métodos analíticos o no analíticos, según la geometría y complejidad del problema.

Tenemos entonces:



Ref: MDF Método de las Diferencias Finitas

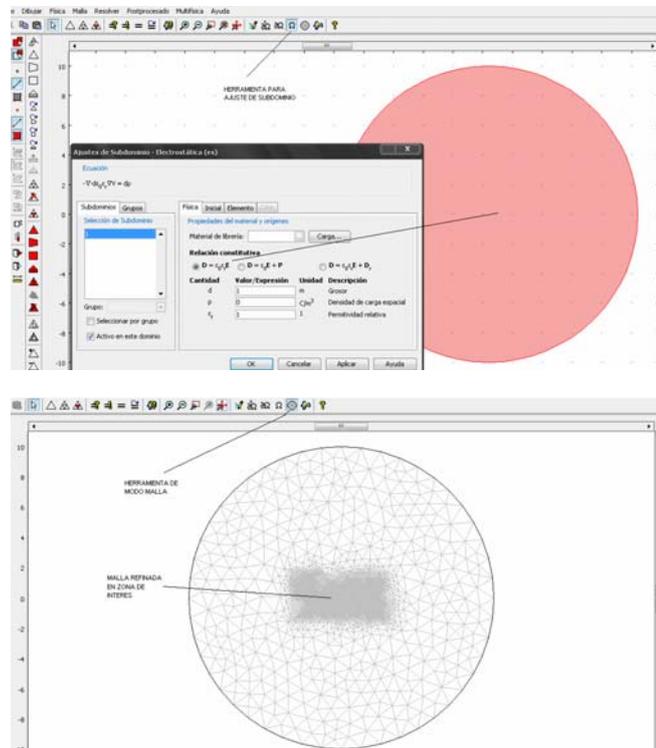
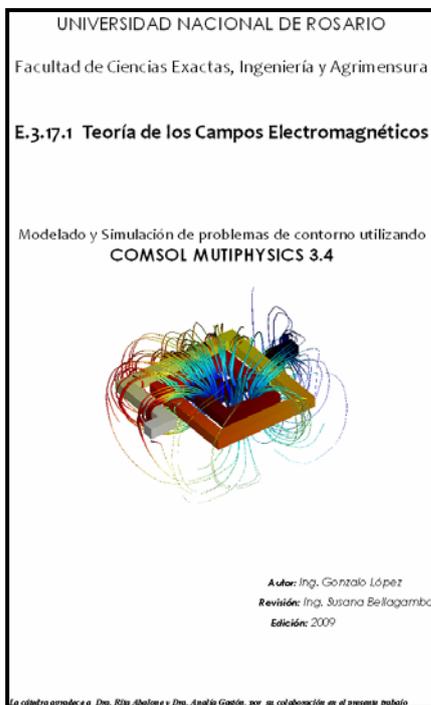
MEF Método de los Elementos Finitos

El software encuadrado dentro de los distintos tipos de soluciones para los problemas de contorno

Como parte de la metodología a emplear, se programó una clase de introducción a los fundamentos de los Métodos Numéricos y en particular al Método de los Elementos Finitos, poniendo énfasis en los conceptos fundamentales en cuanto a:

- Ecuación diferencial a resolver y condiciones de contorno
- Subdivisión del dominio
- Funciones aproximantes
- Criterios de aproximación
- Obtención de la solución

Seguidamente se presentó el programa a utilizar: COMSOL Multiphysics 3.4 haciendo una descripción detallada de sus funciones principales y su aplicación a ejemplos sencillos a través de un tutorial¹ desarrollado por el JTP de la cátedra en base al material facilitado por docentes del Departamento de Física y Química de la FCEIA² y adaptándolo a los problemas específicos de nuestra asignatura.



1. Ver tutorial en apéndice A

2. Dra. Rita Abalone y Dra. Analía Gastón

En base a esto se diseñó un trabajo práctico (TP) de mapeo de campo eléctrico a resolver a través de dos caminos:

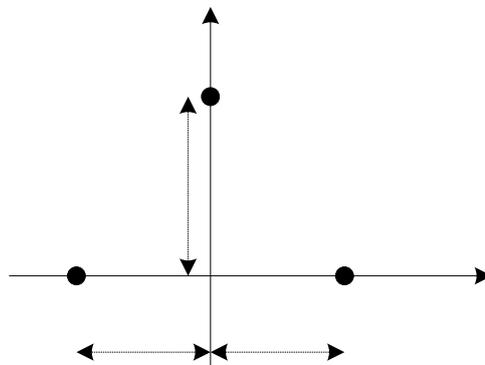
- Resolución analítica
- Aplicación del software COMSOL Multiphysics 4.3

La idea fundamental de esta metodología se basó en que si bien sabemos que la resolución a través de herramientas de simulación es mucho más rápida y da una mayor cantidad de información del sistema bajo análisis, ésta carece de significado si no se es capaz de interpretar físicamente los resultados haciendo uso de los conceptos teóricos.

Se decidió implementar esta experiencia piloto con el grupo de alumnos de la carrera de Ingeniería Eléctrica, debido a que el número de inscriptos habitual en la materia es reducido, y además los contenidos de la asignatura permiten esa doble resolución buscada

SINTESIS DEL TP

Problema propuesto: Dado el siguiente sistema de hilos cargados paralelos infinitamente largos, realizar el estudio de su mapa de campo eléctrico \vec{E}



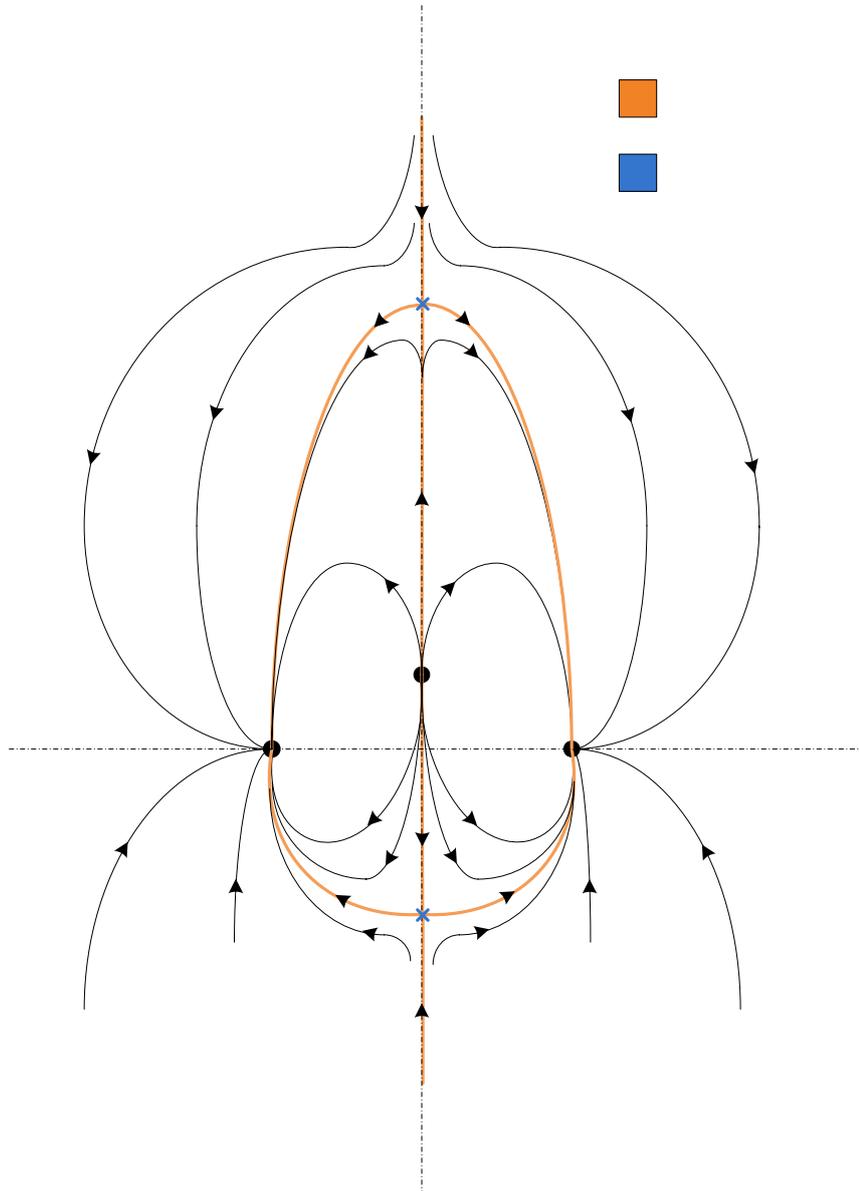
Resolución analítica: En esta instancia los alumnos resolvieron el problema propuesto aplicando la ecuación que gobierna el comportamiento de las líneas de campo eléctrico.

Cabe destacar que si bien el sistema dado es uno de los más sencillos, la gran dificultad de este procedimiento reside en que sólo podrán obtenerse algunas líneas de campo eléctrico de interés particular y la ubicación de algunos puntos de indiferencia, dando como resultado un mapa de campo eléctrico de características pobres pero que aun así brinda alguna información de la distribución espacial del mismo.

Ecuación de la línea de campo:

$$\sum_{i=1}^3 \theta_j \tau_j = K$$

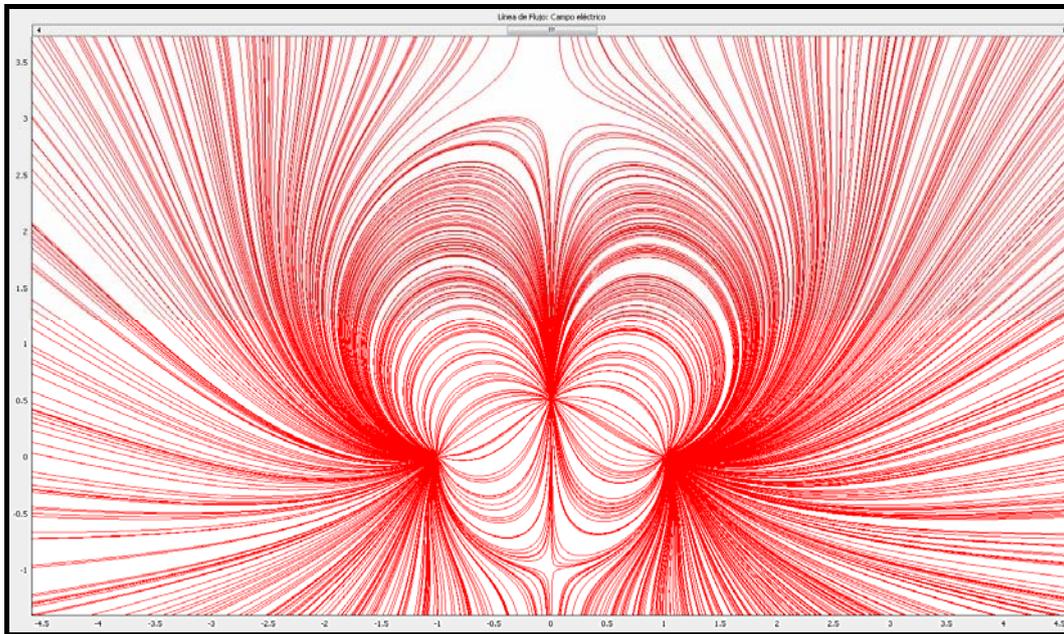
K: Constante que caracteriza cada una de las líneas de campo \vec{E}



3a

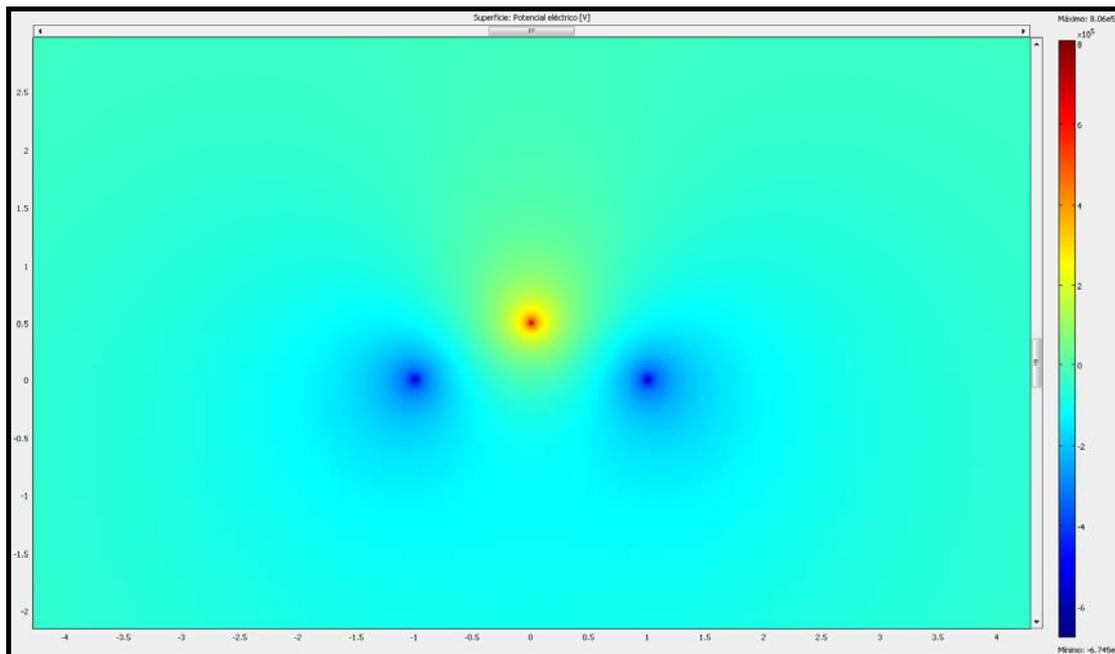
Algunas líneas de campo eléctrico y la ubicación de puntos de indiferencia del sistema de tres hilos infinitos paralelos

Aplicación del software: Haciendo uso del software COMSOL Multiphysics 3.4 y del tutorial correspondiente, los alumnos resolvieron el mismo problema, obteniendo para este caso la siguiente distribución de líneas de campo eléctrico.

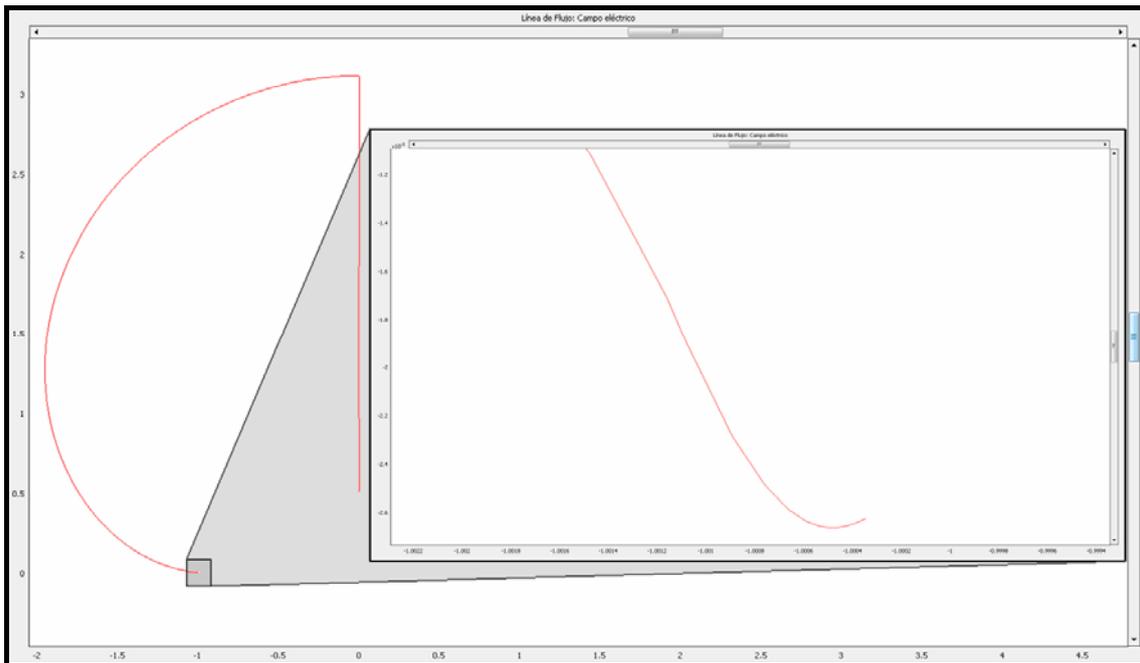


Dadas las posibilidades que provee esta herramienta, pueden obtenerse datos adicionales como ser:

- Distribución de potenciales.



- Medición del ángulo de llegada de una línea límite



CONCLUSIONES:

.....” *El presente trabajo resume el análisis del comportamiento de las líneas de campo de una distribución de cargas dada, utilizando para éste dos métodos de resolución:*

- *Resolución analítica, utilizando para ello fundamentos teóricos referidos a líneas de campo.*
- *Cálculo numérico, utilizando en este caso herramientas proporcionadas por un software.*

El análisis por dos medios permite, por un lado, la verificación y validación de los resultados obtenidos, y por otro, una comprensión más amplia del comportamiento de las líneas de campo.

Los resultados obtenidos por la vía analítica son coincidentes con los correspondientes a la simulación y cálculo numérico efectuados con el software. Las diferencias surgidas fueron analizadas, observando el comportamiento del sistema en puntos cercanos a los conductores. Este último permitió, verificar lo calculado por la vía analítica, además de visualizar el comportamiento en puntos cercanos de las líneas de campo eléctrico.”

El texto anterior fue extraído de uno de los informes de trabajo práctico entregado por uno de los alumnos de la asignatura. En él se evidencia claramente que se logró cumplir el objetivo

propuesto en cuanto a la posibilidad de contar con una herramienta de grandes prestaciones y relativa facilidad de utilización para la verificación de situaciones problemáticas habituales en la asignatura.

Si bien el software fue aplicado en configuraciones simples e idealizadas, los alumnos pudieron tomar conciencia de su gran potencialidad, lo que permitió sentar las bases necesarias para su utilización en situaciones de mayor complejidad tanto en el ámbito académico como en la industria.

APENDICE A

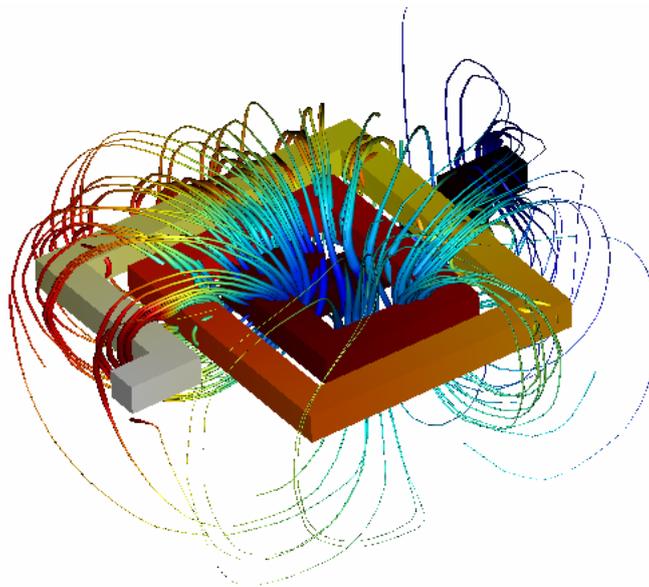
UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura

E.3.17.1 Teoría de los Campos Electromagnéticos

Modelado y Simulación de problemas de contorno
utilizando

COMSOL MULTIPHYSICS 3.4



Autor: Ing. Gonzalo López

Revisión: Ing. Susana Bellagamba

Edición: 2009

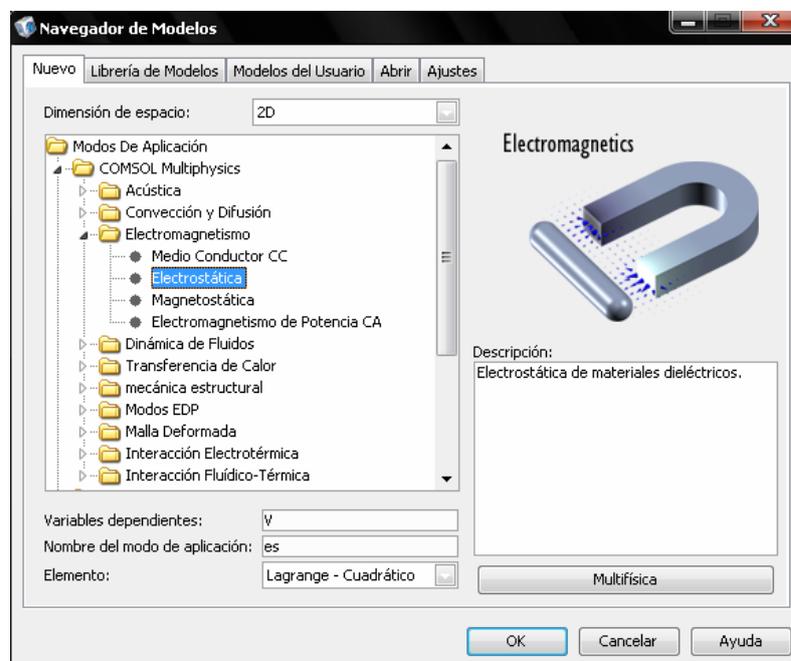
La cátedra agradece a Dra. Rita Abalone y Dra. Analía Gastón, por su colaboración en el presente trabajo

A continuación realizaremos el modelado y mapeo de líneas de campo producidas por dos hilos de distinta carga y signo.

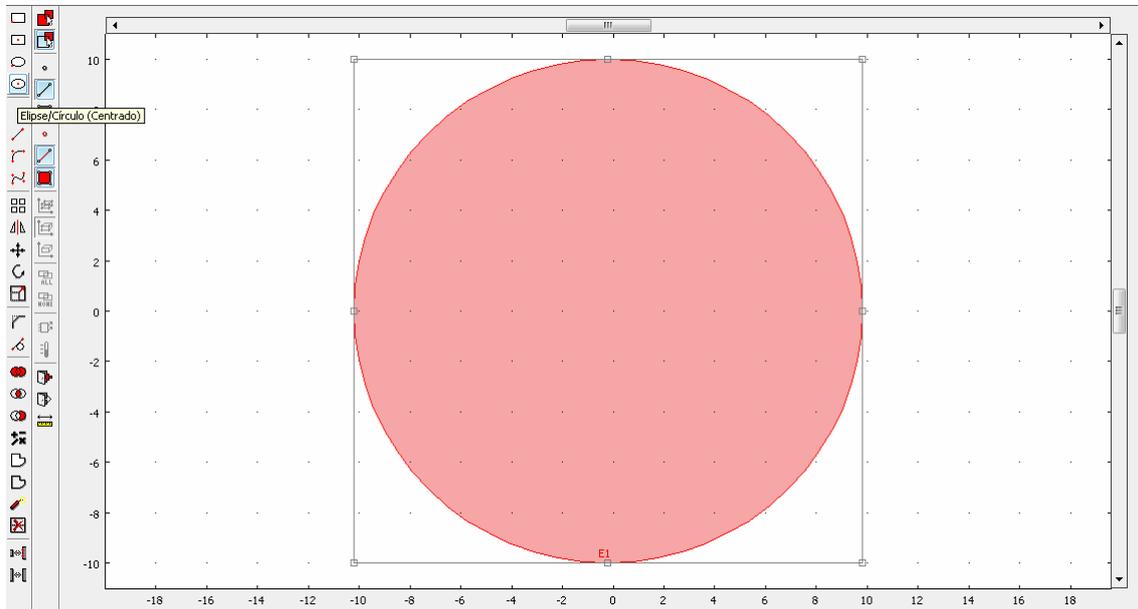
Como primera medida debemos determinar la región o dominio en el cual haremos valer la solución del problema. Dado que la misma se obtiene a través del método de los Elementos Finitos, debe tenerse especial cuidado en el momento de elegir la forma del dominio porque como ya sabemos, este no puede ser todo el espacio sino que el mismo es finito e influye en la solución del problema “deformando” la misma.

Un criterio útil para la elección de la forma del dominio en este tipo de problemas, es analizar la simetría del mismo para puntos alejados y hacer que el dominio respete esa simetría. Para el caso particular de un sistema formado por hilos, este tendrá simetría cilíndrica, por ello solo basta conocer su solución en un plano dado que la misma se mantendrá para planos paralelos al mismo. Finalmente teniendo en cuenta esta simetría podemos elegir como dominio un disco en el plano, de radio suficientemente grande como para evitar deformaciones en la solución del problema

En la ventana **Navegador de Modelos** de COMSOL seleccionamos la lengüeta **Nuevo** ; elegimos **Dimensión de espacio <2D>** y en el menú **Modos de aplicación** seleccionamos **<COMSOL Multiphysics><Electromagnetismo><Electrostática>** **<OK>**



A continuación elegimos el dominio de solución utilizando las herramientas de dibujo de la izquierda.



Luego ubicamos dos puntos que luego serán los hilos del problema. No debemos olvidar de ubicarlas lejos del contorno para que la solución sea afectada lo menos posible por el mismo. Ubicaremos los puntos en las coordenadas $(-0,5; 0)$ y $(0,5; 0)$ respectivamente

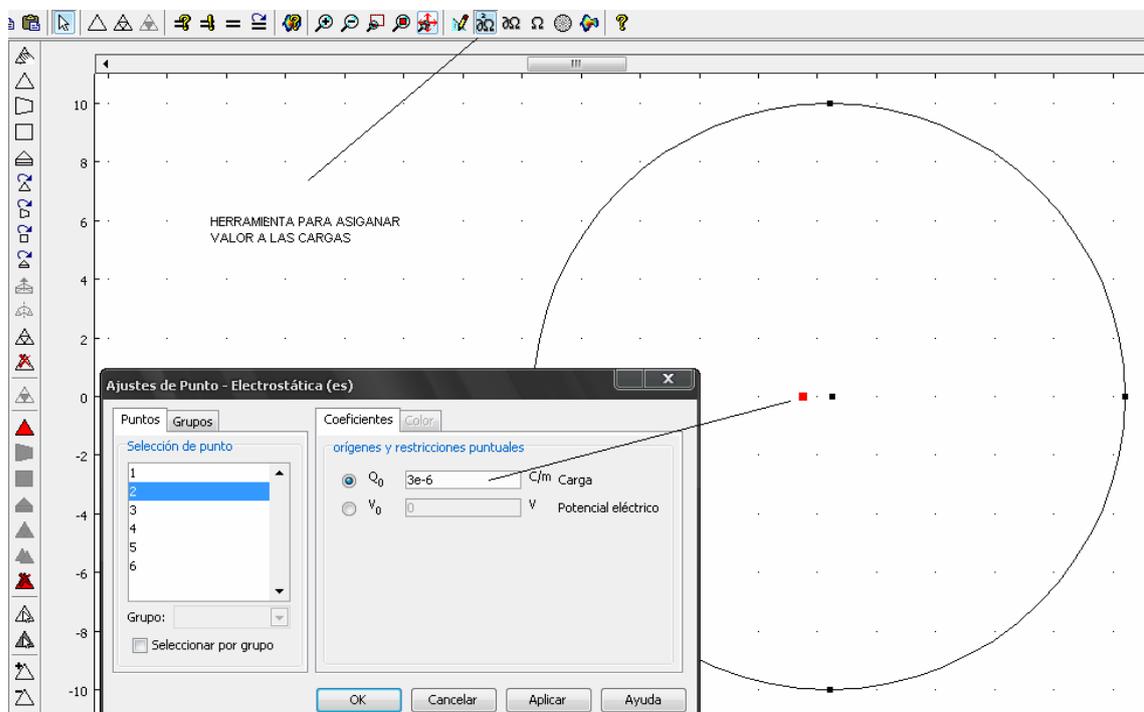


Hasta este momento solo hemos dado forma al problema, ahora debemos asignarle la física para poder encontrar la solución del mismo.

El hecho de asignarle la física al problema no es otra cosa más que definir el problema de contorno, es decir:

- Asignarle el valor a las cargas
- Fijar el potencial al contorno

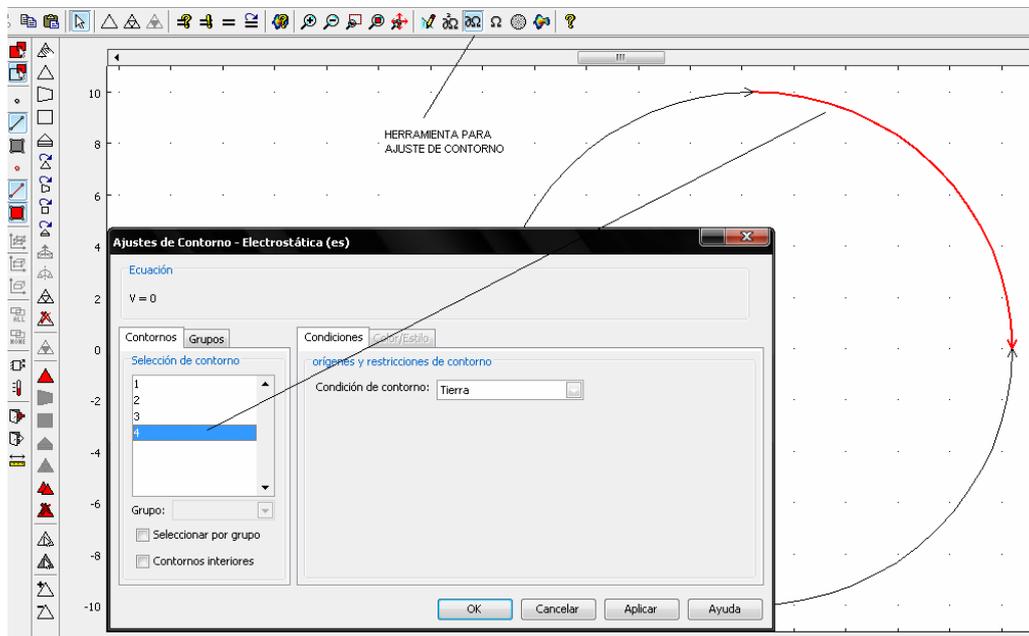
Para asignar carga a los puntos PT1 y PT2 debemos utilizar la herramienta **Modo de Punto** cuyo símbolo es $\Theta^2\Omega$ y se encuentra en la barra superior de herramientas como se muestra en la siguiente figura. Debemos tener presente que solo debemos asignarle carga a los puntos que funcionen como los hilos y no por ejemplos a puntos pertenecientes al contorno del problema.



La asignación puede realizarse recorriendo cada uno de los puntos que aparecen numerados en la ventana o haciendo clic sobre los mismos en el dibujo. En la figura observamos puntos sobre el contorno a los cuales no se debe asignar carga en esta instancia de construcción del modelo.

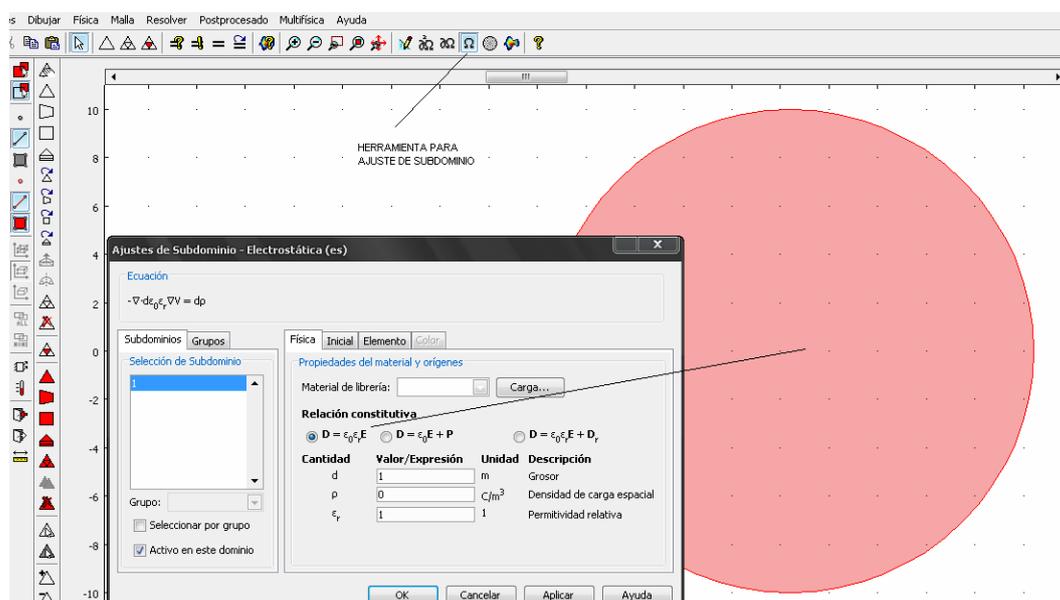
Una vez que hemos dado valor a las cargas de nuestro problema, debemos establecer o caracterizar el contorno de nuestro problema que como sabemos tendrá potencial 0V o Tierra.

Para realizar esto último debemos utilizar la herramienta llamada **Modo de Contorno** cuyo símbolo es $\Theta\Omega$ y se encuentra junto a la anterior.



En la figura observamos que el contorno de nuestro problema aparece subdividido en cuatro arcos de circunferencia los cuales debemos poner a Tierra. El hecho de que aparezca esta división en el contorno es muy útil en problemas donde el mismo presenta diferentes características a considerar como ser diferentes potenciales (ejemplo: Cuba Electrolítica).

Finalmente debemos caracterizar el medio circundante en que resolveremos el problema, para ello utilizamos la herramienta **Modo de Subdominio**, cuyo símbolo es Ω , para establecer, por ejemplo, si el medio es isótropo, lineal, asignar el valor de permitividad relativa ϵ_r , etc.



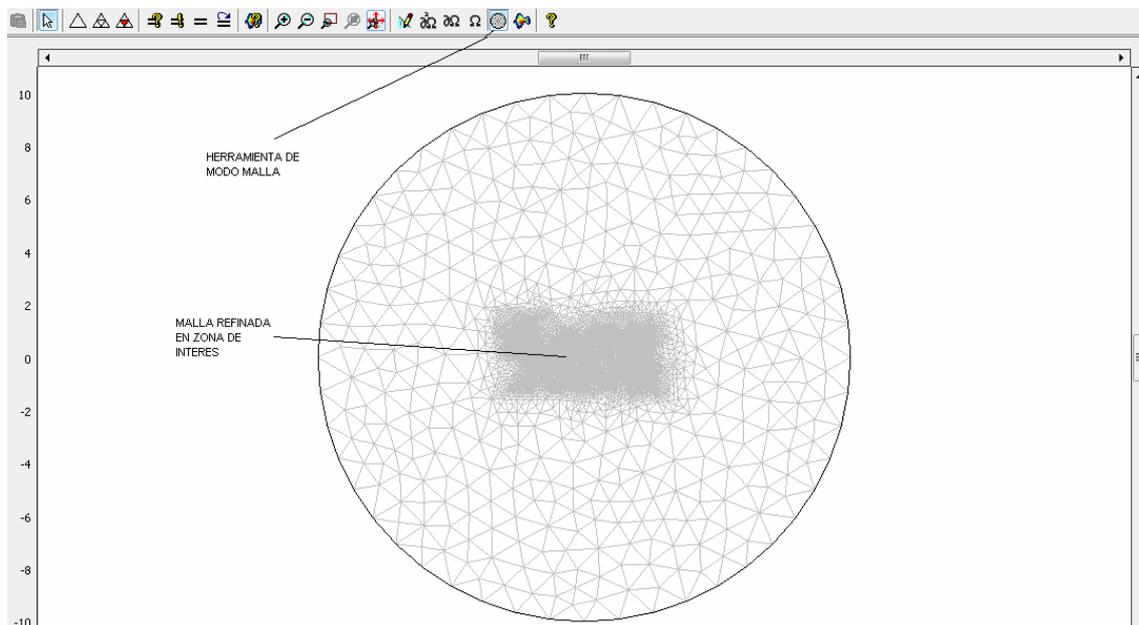
Aquí también podemos visualizar claramente la ecuación diferencial que se resolverá, además de la posibilidad de cargar o asignar al problema medios de características más complejas, predefinidas en las librerías del programa.

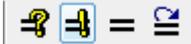
Una vez que terminamos de modelar el problema solo tenemos que mallar el área, ya definida por el dominio, con la Herramienta de **Mallado** ubicada en la barra de herramientas en la parte superior y cuyo símbolo es  (Mallar, Refinar Malla, Refinar Selección).

Cuando hacemos el mallado del problema, el software realiza una división liviana del dominio pero como sabemos, cuanto mas pequeña (refinada) sea la malla, mejor será la solución del problema, por lo que conviene refinar el mallado, pero no en todo el dominio sino en las zonas donde mas nos interese que la solución sea mas exacta o converja a la teórica. En este caso nos interesa saber como es por ejemplo la distribución de Campo Eléctrico en las cercanías de las cargas dado que lejos de las mismas la solución es conocida.

Tener en cuenta que una mallado demasiado intenso requerirá un tiempo de solución elevado.

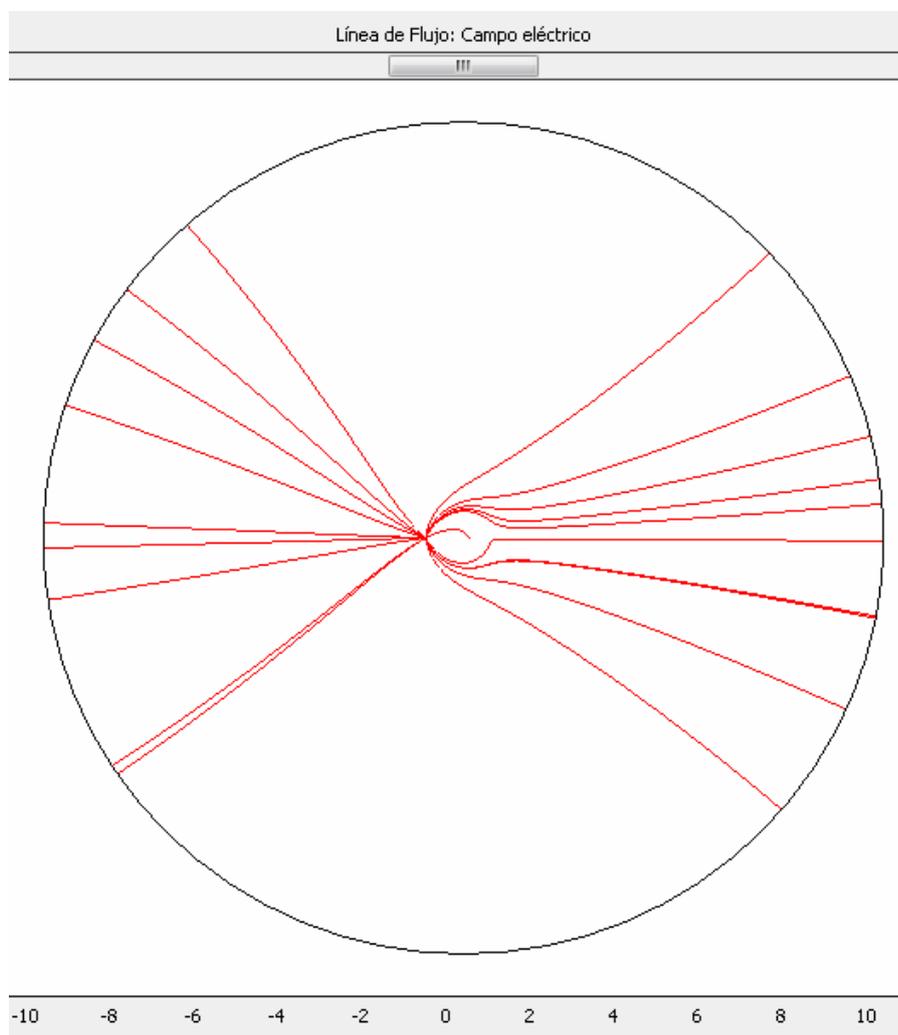
La malla refinada queda de la siguiente forma.



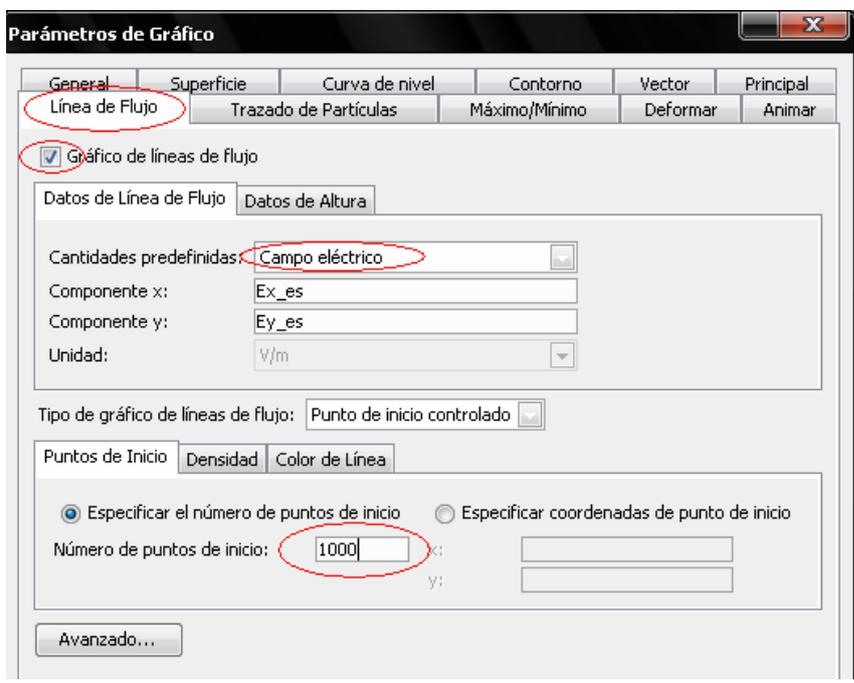
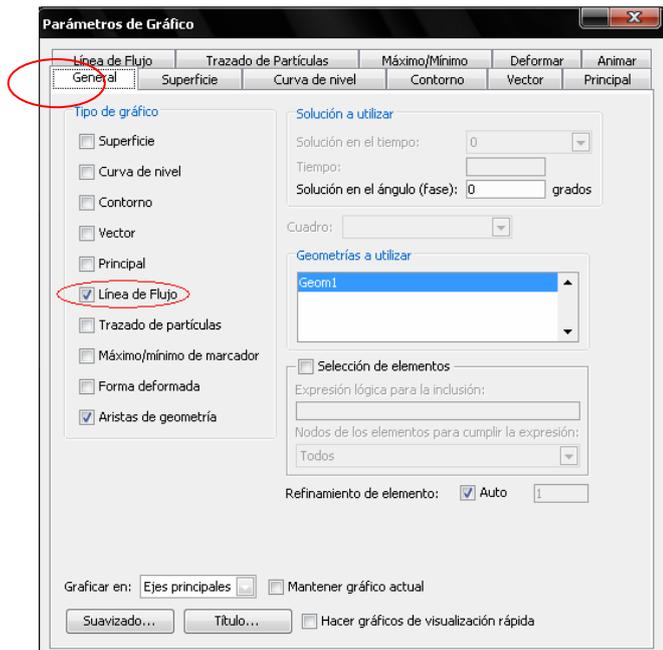
Una vez finalizado el mallado solo tenemos que encontrar la solución del problema con la herramienta de resolución cuyo símbolo es 

Terminado el procesamiento debemos elegir los parámetros que queremos visualizar en la pantalla, ya sea Líneas de Flujo, Equipotenciales, Densidades de Carga, etc. Para ello debemos ir al menú superior y seleccionar la opción **Postprocesado** y elegir que parámetros mostrar.

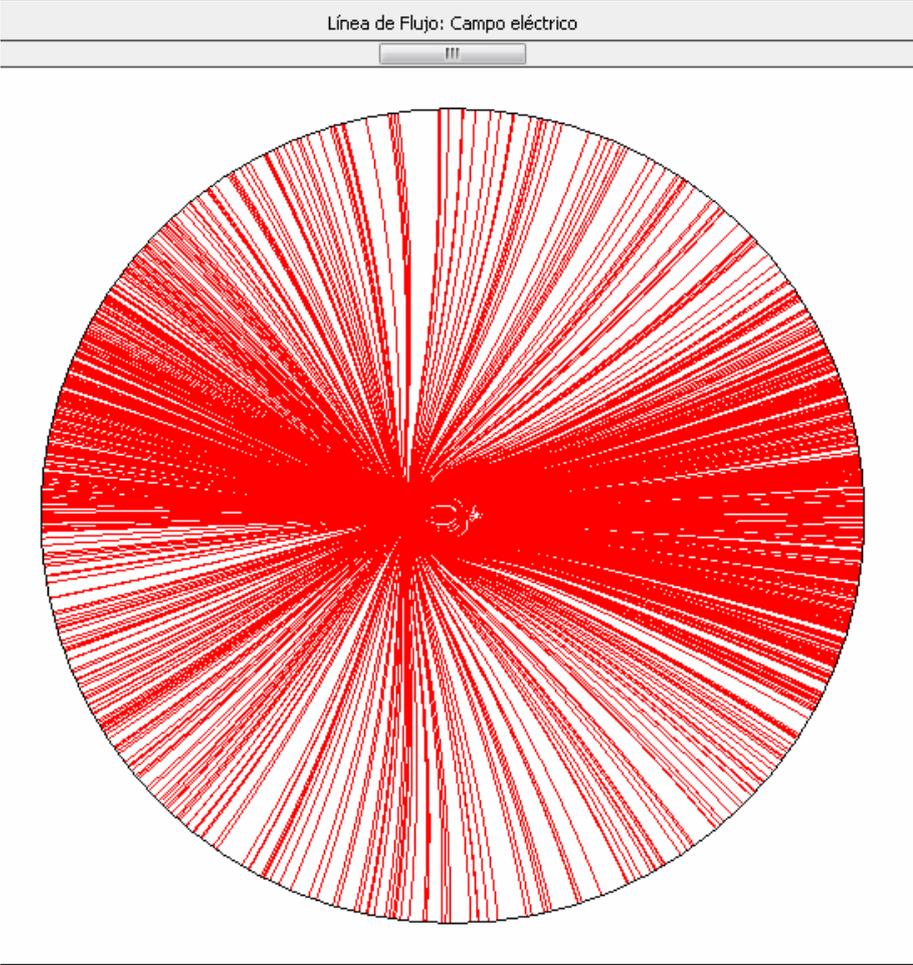
En este caso nos interesa visualizar en principio la distribución de líneas de campo **E** por lo tanto seleccionamos en el menú **<Postprocesado> <Parámetros de Grafico> <General> <Líneas de Flujo>**. Por default el programa dibuja alrededor de 20 líneas de campo como muestra la siguiente figura



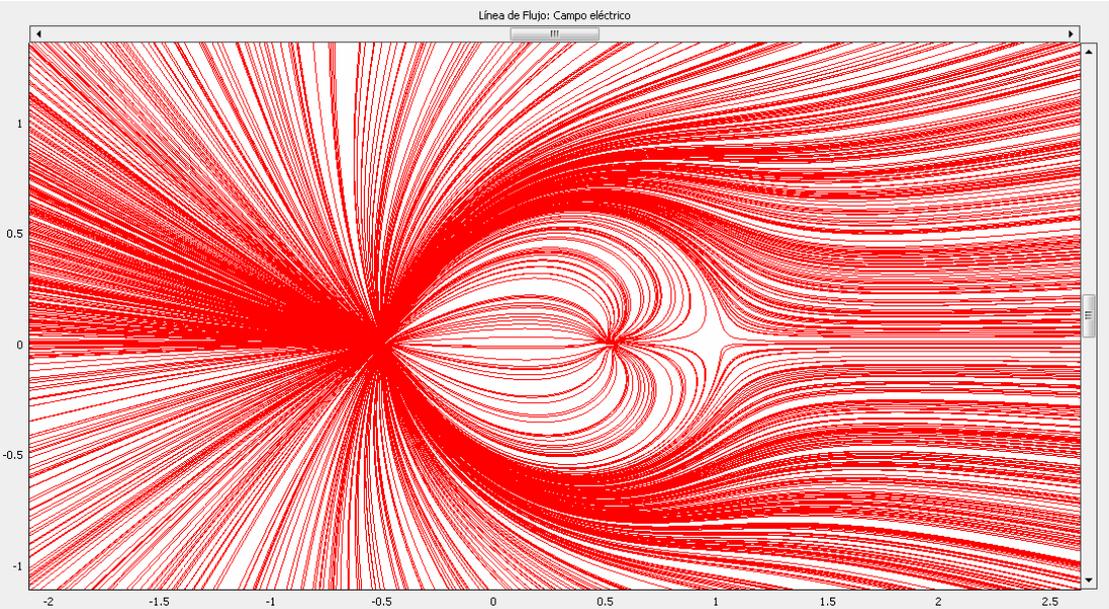
Esto obviamente no resulta muy útil llegado el momento de realizar algún análisis sobre el Campo Eléctrico por ello debemos setear alrededor de 1000 líneas para un mapeo mas completo. Lo hacemos de la siguiente manera.



Obteniendo así el siguiente mapeo.



Como nos interesa conocer la distribución de líneas en la zona cercana a los hilos, solo tenemos que acercarnos (con las herramientas)  y sacar conclusiones.



Igual procedimiento debemos utilizar si queremos visualizar un grafico en **Superficie** del Potencial Eléctrico.

